4. Déterminer la nature de la branche infinie de C_f au voisinage de $+\infty$.
5. a. Tracer la droite Δ d'équation $y=-x+4$.
b. Etudier algébriquement la position de la courbe C_f avec Δ.
6. Soit g la restriction de f sur $]2,3]$.
a. Montrer que g réalise une bijection de $]2,3]$ sur un intervalle J à préciser.
b. Construire dans le même repère la courbe C' de g^{-1}.
c. La fonction g^{-1} est-elle dérivable à gauche de 1?

20 A/ Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ par $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{\ln x}$.
On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.
1. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
Interpréter les résultats graphiquement.
2. a. Montrer que f est dérivable sur $]0,+\infty[\setminus\{1\}$ et que $f'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x(\ln x)^2}$.
b. Dresser le tableau de variation de f.
3. Soit h la restriction de f à $]0,1[$.
a. Montrer que h réalise une bijection de $]0,1[$ sur un ensemble J que l'on précisera.
b. Montrer que l'équation $h(x)=0$ admet dans $]0,1[$ une seule solution α et que $0.5<\alpha<0.6$.
c. En déduire que C_f coupe l'axe des abscisses en un seul point que l'on précisera.
4. Tracer C_f.
5. Tracer dans le même repère la courbe représentative de la fonction h^{-1} puis déduire le tableau de variation de la fonction h^{-1}.
6. a. Montrer que $h'(\alpha)=-\frac{\alpha+1}{\alpha^3}$.
b. Montrer que h^{-1} est dérivable en 0 et exprimer $(h^{-1})'(0)$ en fonction de α.

B/ Soit g la fonction définie sur $]1,+\infty[$ par $g(x)=2f(x^2)$.
On désigne par C_g la courbe représentative de f dans le même repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$.
1. Vérifier que pour tout $x\in]1,+\infty[$, $f(x)-g(x)=\frac{1}{x}-\frac{2}{x^2}$
2. En déduire la position relative de C_f et C_g sur $]1,+\infty[$.
3. Soit $x\in[2,+\infty[$, on désigne par M et N les points respectifs de C_f et C_g d'abscisse x.
Pour quelle valeur de x, la distance NM est maximale?

21 A/ On considère la fonction g définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x)=\frac{x+1}{2x+1}-\ln x$
1. Etudier le sens de variation de g.
2. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution α dans $]0,+\infty[$.
Donner un encadrement de α d'amplitude 0.1
3. Déterminer le signe de $g(x)$ sur $]0,+\infty[$.

B/ On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\frac{2\ln x}{x^2+x}$.
On note C la courbe de f dans un repère orthogonal. (unité 2 cm sur l'axe (Ox), 4 cm sur l'axe (Oy)).
1. Etudier les limites de f en 0 à droite et en $+\infty$.
2. Montrer que pour $x>0$, $f'(x)=\frac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}\times g(x)$
En déduire le signe de $f'(x)$.
3. Dresser le tableau de variation de f et montrer que $f(\alpha)=\frac{2}{\alpha(2\alpha+1)}$
4. Tracer la courbe C et préciser la tangente à C au point d'abscisse 1.

Qarray.tn -Aqra Bech- Qarray.tn